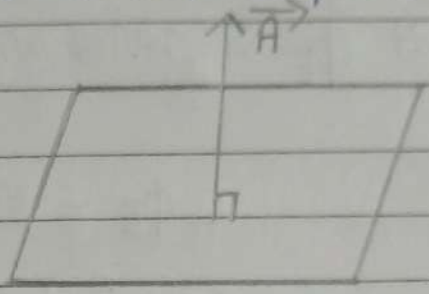
क्षेत्रफल सदिश ✳ किसी पृष्ठ के अभिलम्बवत् वह सदिश जिसका परिमाण पृष्ठ के क्षेत्रफल को प्रदर्शित करता है। पृष्ठ का क्षेत्रफल सदिश कहलाता है। इसे $\vec{A}$ से दर्शाया जाता है।



$$\vec{A} = A\hat{n}$$

यहाँ $\hat{n}$ पृष्ठ की दिशा को प्रदर्शित करता है तथा A पृष्ठ का क्षेत्रफल है।

घन कोण ✳ किसी पृष्ठ द्वारा किसी बिन्दु पर आंतरिक कोण घन कोण कहलाता है इसे ω से दर्शाया जाता है।

किसी पृष्ठ के क्षेत्रफल तथा पृष्ठ से बिन्दु की अभिलम्बवत् दूरी के वर्ग के अनुपात को पृष्ठ द्वारा बिन्दु पर आंतरिक कोण कहते है।

$$\omega = \frac{A}{r^2}$$

यदि पृष्ठ का क्षेत्रफल $\vec{A}$ बिन्दु की दिशा से θ कोण बनाता हो

$$d\omega = \frac{dA}{r^2}$$

- घन कोण का मात्रक स्टेरेडियन होता है।
- गोले के सम्पूर्ण पृष्ठ द्वारा केन्द्र पर आंतरिक कोण 4π होता है।

वैद्युत फ्लक्स ✳ किसी पृष्ठ के एकांक क्षेत्रफल से अभिलम्बवत् गुजरने वाली बल रेखाओं को वैद्युत फ्लक्स कहते है।
इसे ϕ_E से दर्शाया जाता है।

$$\phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A}$$

$$\phi_E = EA\cos\theta$$

- यह एक अदिश राशि है।
- इसका मात्रक $N\text{-}m^2/C$ और $V\text{-}m$ होता है।
- इसका विमीय सूत्र $[ML^3T^{-3}A^{-1}]$ होता है।

स्थिति (i) ✳ यदि वैद्युत क्षेत्र समतल पृष्ठ के अभिलम्बवत् बाहर की ओर हो।

$\theta = 0^\circ$

$\phi_E = EA\cos 0^\circ$

$\phi_E = EA \times 1$

$\boxed{\phi_E = EA}$

स्थिति (ii) ✳ यदि वैद्युत क्षेत्र पृष्ठ के अभिलम्बवत् अन्दर की ओर हो।

$\theta = 180^\circ$

$\phi_E = EA\cos 180^\circ$

$\phi_E = EA \times (-1)$

$\boxed{\phi_E = -EA}$

स्थिति (iii) ✳ यदि वैद्युत क्षेत्र पृष्ठ के समान्तर हो

$\theta = 90^\circ$

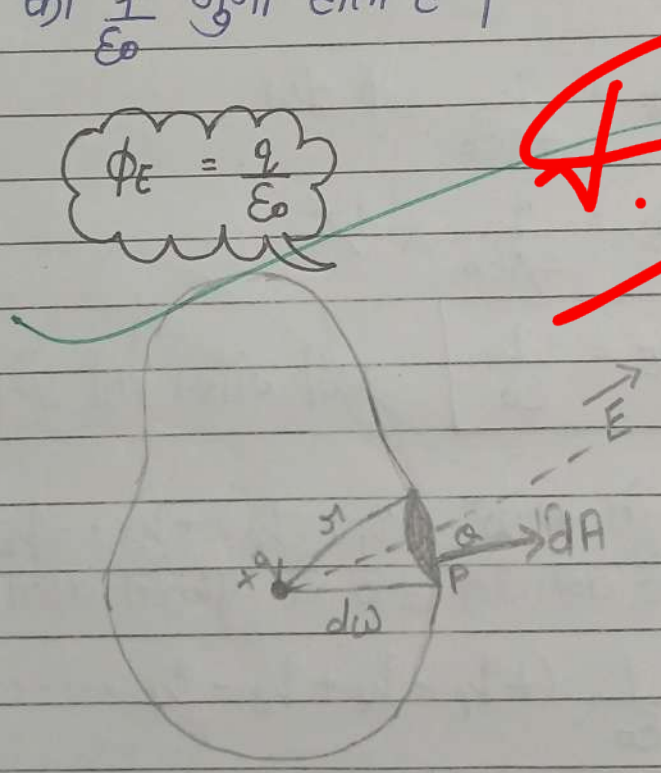
$\phi_E = EA \cos 90^\circ$

$\phi_E = EA \times 0$

$\boxed{\phi_E = 0}$

नोट ✳ किसी पृष्ठ के अन्दर जाने वाला फ्लक्स ऋणात्मक होता है। तथा बाहर निकलने वाला फ्लक्स धनात्मक होता है।

गॉस की प्रमेय ✳ किसी बन्द पृष्ठ से गुजरने वाला कुल वैद्युत फ्लक्स उस पृष्ठ द्वारा परिबद्ध कुल वैद्युत आवेश का $\frac{1}{\varepsilon_0}$ गुना होता है।



+q आवेश के कारण बिन्दु P पर तीव्रता

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

अल्पांश dA से गुजरने वाला फ्लक्स

Date

$$d\phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{A}$$
$$d\phi_E = EdA\cos\theta$$

तब सम्पूर्ण पृष्ठ से गुजरने वाला फ्लक्स

$$\phi_E = \oint d\phi_E$$

$$\phi_E = \oint EdA\cos\theta$$

$$\phi_E = \oint \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} dA\cos\theta$$

$$\phi_E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\oint \frac{dA\cos\theta}{r^2}$$

$$\phi_E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\oint d\omega$$

$$\phi_E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \times 4\pi$$

$$\boxed{\phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}}$$ यही गॉस की प्रमेय है।

यदि बंद पृष्ठ के अन्दर $(+q_1, -q_2, +q_3, -q_4 \cdots\cdots\cdots +q_n$ आवेश स्थित है तब उस पृष्ठ से गुजरने वाला कुल वैद्युत फ्लक्स

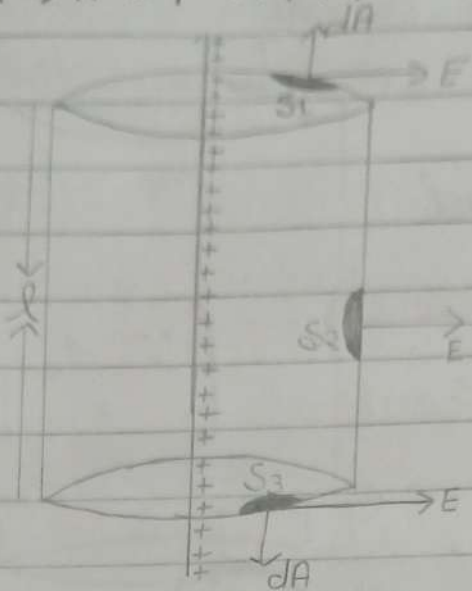
$$\phi_E = \frac{1}{\varepsilon_0}(+q_1 - q_2 + q_3 - q_4 \cdots\cdots\cdots + q_n)$$

$$\boxed{\phi_E = \frac{\Sigma q}{\varepsilon_0}}$$

यदि आवेश पृष्ठ से परिबद्ध ना हो तो उस पृष्ठ से गुजरने वाला कुल वैद्युत फ्लक्स

$$\phi_E = 0$$

अनंत ल० के सकसमान आवेशित सीधे तार के निकट वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता



सम्पूर्ण गॉसियन पृष्ठ से गुजरने वाला फ्लक्स

$$\phi_E = \int_{S_1} d\phi E + \int_{S_2} d\phi E + \int_{S_3} d\phi E$$

$$\phi_E = \int_{S_1} EdA\cos 90^\circ + \int_{S_2} EdA\cos 0^\circ + \int_{S_3} EdA\cos 90^\circ$$

$$\phi_E = E\int_{S_1} dA \times 0 + E\int_{S_2} dA \times 1 + E\int_{S_3} dA \times 0$$

$$\phi_E = 0 + E\int_{S_2} dA + 0$$

$$\phi_E = E \times 2\pi rl \rightarrow (1)$$

गॉस की प्रमेय से

$$\phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0} \rightarrow (2)$$

सभी (1) व (2) से -

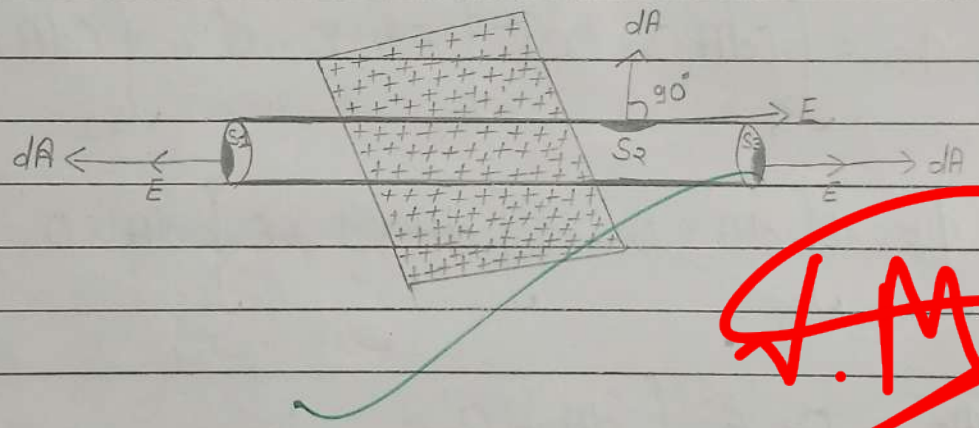
$$E \times 2\pi rl = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 rl}$$

$$E = \frac{\lambda l}{2\pi\varepsilon_0 rl} \quad \left[\because \lambda = \frac{q}{l}\right]$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2\lambda}{r} \text{ N/C}$$

अनंत विस्तार की एक समान आवेशित समतल चादर के निकट वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता



सम्पूर्ण गॉसियन पृष्ठ से गुजरने वाला फ्लक्स

$$\phi_E = \int_{S_1} d\phi_E + \int_{S_2} d\phi_E + \int_{S_3} d\phi_E$$

$$\phi_E = \int_{S_1} EdA\cos 0^\circ + \int_{S_2} EdA\cos 90^\circ + \int_{S_3} EdA\cos 0^\circ$$

$$\phi_E = E\int_{S_1} dA \times 1 + \int_{S_2} EdA \times 0 + E\int_{S_3} dA \times 1$$

$\phi_E = EA + 0 + EA$

$\phi_E = 2EA \rightarrow (1)$

गॉस की प्रमेय से

$\phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0} \rightarrow (2)$

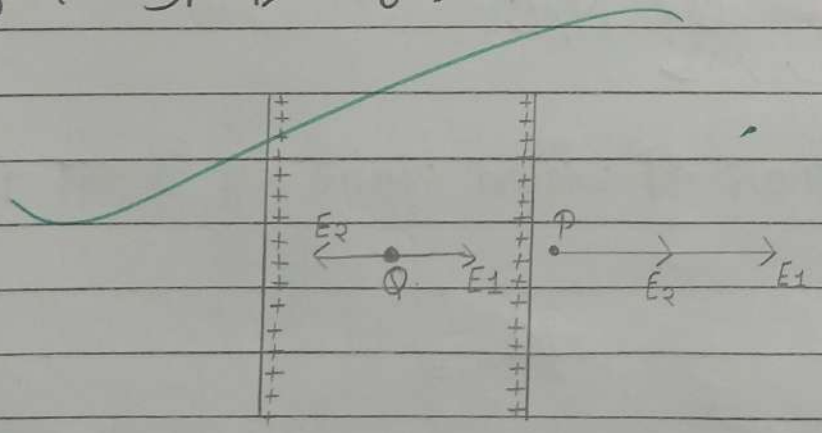
सभी (1) व (2) से

$2EA = \frac{q}{\varepsilon_0}$

$2EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0} \quad \left[\because \sigma = \frac{q}{A}\right]$

$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ N/C

दो एक समान आवेशित समतल चादर के बाहर तथा भीतर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता :→



पहली प्लेट के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

दूसरी प्लेट के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

प्लेटो के बाहर बिन्दु P पर तीव्रता

$$E = E_1 + E_2$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{2\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \text{ N/C}$$

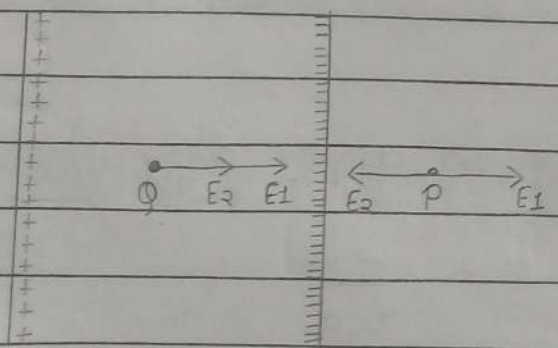
प्लेटो के बीच बिन्दु Q पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E = E_1 + E_2$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$E = 0 \text{ N/C}$$

दो असमान प्रकार की आवेशित समांतर प्लेट के बाहर की वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता



पहली प्लेट के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

दूसरी प्लेट के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

प्लेटो के बाहर बिन्दु P पर तीव्रता

$$E = E_1 - E_2$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$E = 0$$

प्लेटो के बीच बिन्दु Q पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता

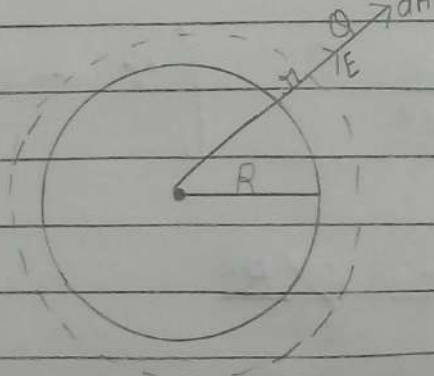
$$E = E_1 + E_2$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{2\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0} \text{ N/C}$$

एक समान आवेशित पतले गोलीय कोश के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता



Page No.
Date

कोश के बाहर बिन्दु P पर तीव्रता

अल्पांश dA से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स

$$d\phi_E = EdA\cos\theta$$
$$d\phi_E = EdA\cos 0^\circ$$
$$d\phi_E = EdA \times 1$$
$$d\phi_E = EdA$$

तब सम्पूर्ण गॉसियन पृष्ठ से गुजरने वाला फ्लक्स

$$\phi_E = \int d\phi_E$$
$$\phi_E = \int EdA$$
$$\phi_E = E\int dA$$
$$\phi_E = E \times 4\pi r^2 \quad \text{—— (1)}$$

गॉस की प्रमेय से

$$\phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad \text{—— (2)}$$

समी (1) व (2) से

$$E \times 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \quad N/C$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\sigma A}{r^2} \qquad \left[\because \sigma = \frac{q}{A}\right]$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\sigma \times 4\pi R^2}{r^2}$$

Page No. ____
Date

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot \frac{R^2}{r^2}$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot \left(\frac{R}{r}\right)^2 \quad N/C$$

(i) कोश के बाहरी बिन्दु Q पर तीव्रता ⤵

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \left[\frac{R}{r}\right]^2$$

(ii) कोश के पृष्ठ R पर तीव्रता ⤵

$$r = R$$

तब $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \left[\frac{r}{r}\right]^2$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \quad N/C$$

(iii) कोश के अन्दर बिन्दु P पर तीव्रता ⤵

कोश के अन्दर आवेश $q = 0$

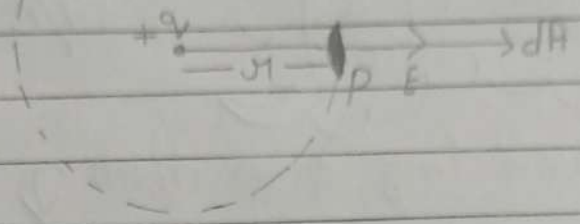
$$\phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\phi_E = \frac{0}{\varepsilon_0}$$

$$\phi_E = 0$$

~~जब~~ तब $E = 0$

बिंदु आवेश के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ⤵



अल्पांश dA से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स

$$d\phi_E = E\,dA \cos 0^\circ$$
$$d\phi_E = E\,dA \times 1$$
$$d\phi_E = E\,dA$$

तब सम्पूर्ण गॉसियन पृष्ठ से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स

$$\phi_E = \int d\phi_E$$
$$\phi_E = \int E\,dA$$
$$\phi_E = E\int dA$$
$$\phi_E = E \times 4\pi r^2 \quad —①$$

गॉस की प्रमेय से

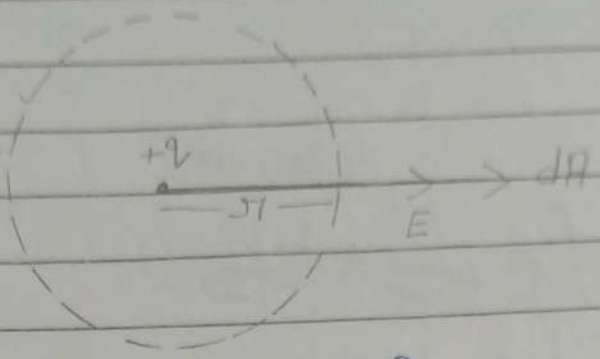
$$\phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad —②$$

समी ① व ② से

$$E \times 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \; N/C$$

गॉस के नियम से कूलाम के नियम की प्राप्ती कीजिए :-



अल्पांश dA से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स

$$d\phi_E = EdA \cos 0^\circ$$
$$d\phi_E = EdA \times 1$$
$$d\phi_E = EdA$$

तब सम्पूर्ण गॉसियन पृष्ठ से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स

$$\phi_E = \int d\phi_E$$
$$\phi_E = \int EdA$$
$$\phi_E = E\int dA$$
$$\phi_E = E \times 4\pi r^2 \quad -①$$

गॉस की प्रमेय से

$$\phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad -②$$

समी ① व ② से

$$E \times 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \ N/C$$

+q आवेश के कारण q_0 पर लगने वाला बल

$$F = q_0 E$$

$$F = q_0 \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$$

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q q_2}{r^2}$$

$$F \propto \frac{q q_2}{r^2}$$

यही कूलाम का नियम है।

V. Mishra
20-03-2026